Lycée Fousana Classes : 4ème E_G$_{1+2+3+4+5}$ Profs :- Maamouri Chedly -Jabbari Anis -Selmi Mourad	Devoir de synthèse N°1 - Mathématiques - Durée :2h A.S : 2022-2023

NB : Le sujet comporte 2 pages

EXERCICE 1 : (4pts)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 3 & -4 & 7 \\ -2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$

1)

a) calculer le déterminant de A. en déduire que A est inversible.

b) Vérifier que : $A \times B - 2A = I_3$.

c) *en deduire la matrice* A^{-1} *inverse de* A .

2) soit le système (S) : $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 4x + 2y + 5z = 2 \\ 3x + y + 3z = 3 \end{cases}$

a. donner une écriture matricielle de (S).

b. résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S).

Exercice 2 : (5pts)

On donne les deux matrices $M = \begin{pmatrix} 0.75 & 1.5 & 1.25 \\ 4 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} -0.6 & 0.1 & 1.8 \\ 0.8 & 1.2 & -1.4 \\ 0.8 & -0.3 & 1.6 \end{pmatrix}$

1) a) Calculer le déterminant de M puis en déduire que M est inversible.

b) $Vérifier\ que\ M \times (N - I_3) = I_3$

c) En déduire alors M^{-1} l'inverse de M

2) On considère le système $(S) : \begin{cases} 0.75x + 1.5y + 1.25z = 735 \\ 4x + 6y + 2z = 2400 \\ x + y + z = 620 \end{cases}$

a) Donner l'écriture matricielle du système (S) .

b) Résoudre dans IR^3 le système (S) .

3) Une entreprise de confection de vêtements fabrique des jupes, des robes et des pantalons.

Pour fabriquer une **jupe**, il faut **0.75** m de tissu, **4** boutons et **une** fermeture.

La confection d'une **robe** nécessite **1. 5** m de tissu, **6** boutons et **une** fermeture.

Pour confectionner un **pantalon**, on utilise **1.25** m de tissu, **2** boutons et **une** fermeture.

On appelle :

$\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ et $\boldsymbol{z}$ les quantités respectives de jupes de robes et de pantalons confectionnés.

Au cours de confection cette entreprise a utilisé **735** mètre de tissu, **2400** boutons et **620** fermetures.

a) Montrer que (x, y, z) est solution dans IR^3 d'un système linéaire que on établira.

b) Combien a-t-elle confectionné de jupes, de robes et de pantalons.

Exercice 3:(6 pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2+5}{x+2}$

1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) a) Calculer $\lim_{x \to (-2)^+} f(x)$; $\lim_{x \to (-2)^-} f(x)$.

b) Interpréter le résultat trouvé graphiquement.

3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f

4) a) Montrer que pour tout x$\in \mathbb{R}\setminus\{2\}$ *on a* :

$$f(x) = x - 2 + \frac{9}{x+2}$$

b) Montrer que la droite $\Delta: y = x - 2$ est une asymptote oblique à la courbe **C**$_f$ au voisinage de $(+\infty)$ et $(-\infty)$.

c) Déterminer la position relative de la courbe **C**$_f$ et Δ .

5) Tracer **C**$_f$ et les asymptotes dans un repère orthonormé $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

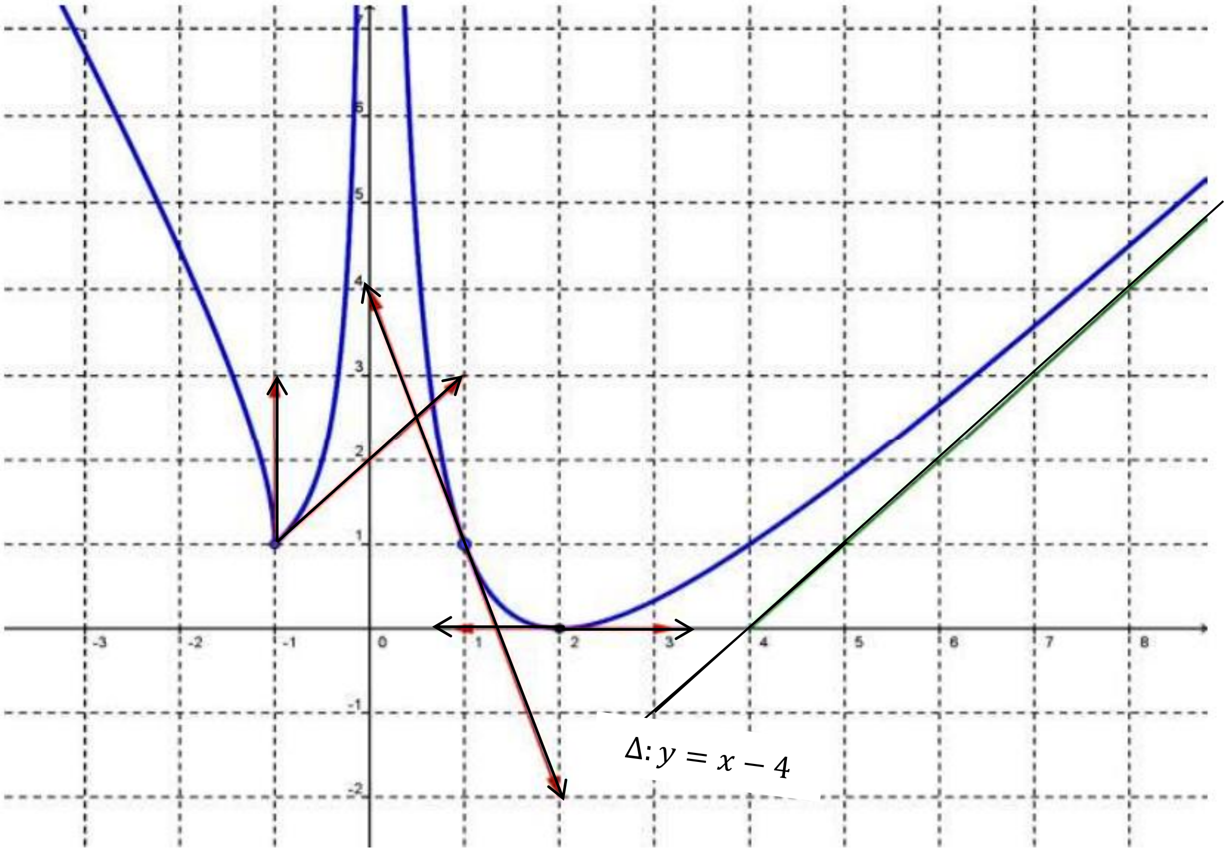
EXERCICE 4 : (5pts)

La courbe **(**$\mathscr{C}$ **)** ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'une fonction f définie sur IR^*

On sait que : - La droite $\Delta: y = x - 4$ est une asymptote à la courbe **(**$\mathscr{C}$ **)** au voisinage de $+\infty$

_la droite d'équation : x= 0 est une asymptote à la courbe **(**$\mathscr{C}$ **)** .

- La droite T est tangente à **(**$\mathscr{C}$ **)** *au point* $A(1; 1)$.
- La courbe **(**$\mathscr{C}$ **)** admet deux demi-tangentes au point B et une tangente horizontale au point C(2 ;0)



1) a- déterminer : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to0^-} f(x)$ *et* $\lim_{x\to0^+} f(x)$.
   b- déterminer le tableau de variation de f .
   c- Déterminer : $f(]-\infty;-1])$ *et* $f(]0;2])$.
   d- Déterminer : :$\lim_{x\to+\infty}[f(x) - x + 4]$.
2) a- Déterminer : $\lim_{x\to(-1)^-}\left(\frac{f(x)-1}{x+1}\right)$, $f'_d(-1)$, $f'(1)$ *et* $f'(2)$.
   b- Ecrire une équation de la tangente à la courbe **(**$\mathscr{C}$ **)** *au point* $A(1; 1)$.
3) Soit g la restriction de f sur]0 ;2].on note **(**$\mathscr{C}g$ **)** la courbe représentative de g.
   a- Montrer que g réalise une bijection de]0 ;2] sur un intervalle **J** que l'on précisera.
   b- Recopier la courbe **(**$\mathscr{C}$ **)** et construire dans la même repère la courbe **(**$\mathscr{C}\, g^{-1}$).